

AUKŠTO TIKSLUMO POZICIONAVIMO SISTEMOS MODELIAVIMAS  
TAIKANT BESIDEFORMUOJANČIUS MECHANIZMUSGiedrius Augustinavičius<sup>1</sup>, Audrius Čereška<sup>2</sup>

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: <sup>1</sup>giedaugust@yahoo.com; <sup>2</sup>audrius.cereska@vgtu.lt

**Santrauka.** Straipsnyje pristatomas dviejų ašių didelio tikslumo pozicionavimo sistemos su paketiniais pjezovykdikliais modeliavimas, taikant besideformuojančius vientiso kūno mechanizmus. Pozicionavimo sistemą sudaro besideformuojančio vientiso kūno mechanizmas ir paketiniai pjezovykdikliai. Besideformuojantis vientiso kūno mechanizmas norimam poslinkiui pasiekti buvo optimizuotas *Solidworks Simulation* programiniu paketu. Platformų poslinkiams apskaičiuoti sudarytas matematinis modelis, kurio patikimumas patikrintas baigtinių elementų metodu. Sudaryto matematinio modelio ir rezultatų, gautų baigtinių elementų metodu, skirtumai yra mažesni nei 5 %, todėl pasiūlyta modeliavimo metodika gali būti taikoma kuriant pozicionavimo sistemas su besideformuojančiais elementais.

**Reikšminiai žodžiai:** besideformuojantis mechanizmas, besideformuojantis lankstas, precizinis pozicionavimas.

### Įvadas

Daugelis aukšto tikslumo pozicionavimo sistemų sukurtos tradicinių technologijų pagrindu: žingsniniai įrenginiai, servovarikliai, hidropavaros, pneumopavaros ir kt. Šių sistemų slenkamojo judesio pagrindinis elementas yra guolių struktūra. Tačiau tokios sistemos turi nemažai trūkumų, kurie trukdo pasiekti didelį pozicionavimo tikslumą: tai trintis, susidėvėjimas, laisvoji eiga, tepimas. Sausoji trintis ir surinkimo paklaidos labai veikia pozicionavimo tikslumą, nesimetrinė pozicionavimo sistemos struktūra daro ją jautrią temperatūrinių deformacijų paklaidoms. Tokių paklaidų kompensavimas yra labai brangus.

Šiuo metu pasaulyje gaminamų paketinio tipo pjezovykdiklių (angl. *piezostack actuator*) konstrukcijų ir charakteristikų įvairovė leidžia juos taikyti įvairiuose tiksliosios mechanikos prietaisuose. Pjezoelektrinio vykdiklio pasiekiamas poslinkis ir jėga yra tiesiai proporcingi pjezoelemento ilgiui ir skersinio pjūvio plotui. Paketiniams pjezovykdikliams būdingas didelis poslinkio tikslumas (nanometrų eilės) ir greitaeigiškumas – iki 0,01 ms, o dinaminės apkrovos gali siekti 300 N/mm<sup>2</sup> ir daugiau, tačiau didžiausias santykinis ilgio pokytis siekia tik 0,10–0,20 % jo ilgio.

Vientiso kūno besideformuojančių mechanizmų taikymas aukšto tikslumo pozicionavimo sistemose yra puikus būdas įveikti minėtus trūkumus ir taip pat gerokai padidinti pjezomedžiagos pailgėjimą. Tokio mechanizmo uždavinys yra pasiekti mažą deformuojamo kūno standumą pageidaujamo poslinkio kryptimi ir gauti jį kuo didesnę visomis kitomis kryptimis.

Didelio tikslumo pozicionavimo sistemos su besideformuojančiais elementais turi begalę pranašumų lyginant su tradicinių technologijų pagrindu sukurtais pozicionavimo sistemomis. Jos neturi laisvosios eigos, nėra trinties, nesusidėvi, nereikalingas tepimas, judesys yra tiesialinijinis, teoriškai begalinė rezoliucija, nėra surinkimo paklaidų (Augustinavičius, Čereška 2011).

### Didelio tikslumo pozicionavimo sistemos struktūra ir veikimo principas

Taikant *SolidWorks Simulation* programinį paketą buvo sukurta ir sumodeliuota aukšto tikslumo dviejų ašių pozicionavimo sistema.

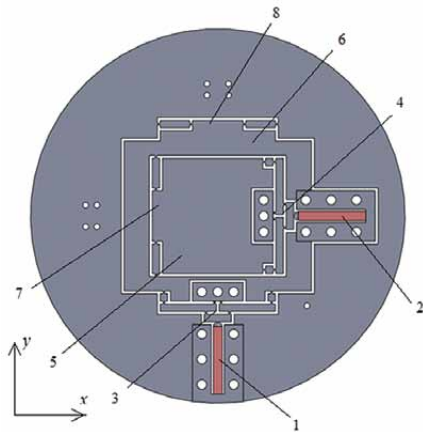
Ją sudaro du statmenai vienas kito atžvilgiu veikiantys paketiniai pjezovykdikliai, įmontuoti besideformuojančiame vientiso kūno mechanizme. Paketinis pjezovykdiklis „PICMA P-887“ (angl. *Physikinstrumente*), kurio ilgis 36 mm, esant maksimaliai leistinai 120 V įtampai, pailgėja 38 μm. Ašinės apkrovos riba 950 N (1 pav.).



1 pav. Paketinis pjezovykdiklis

Fig. 1. Piezo stack actuator

Paketinis pjevovykdiklis 1 veikia besideformuojančių mechanizmų grandinę 3, kuri stumia platformą 6  $y$  koordinatės kryptimi. Kitas paketinis pjevovykdiklis 2 įmontuotas judančioje  $y$  koordinatės kryptimi platformoje 6 veikia besideformuojančių mechanizmų grandinę 4 ir stumia platformą 5  $x$  koordinatės kryptimi. Besideformuojančių elementų grandinės 7 ir 8 veikia kaip standumo mažinimo elementai (2 pav.). Poslinkiai  $x$  ir  $y$  koordinatės kryptimis yra nepriklausomi.



**2 pav.** Dviejų ašų aukšto tikslumo pozicionavimo sistema: 1, 2 – paketiniai pjevovykdikliai; 3, 4 – perdavimo grandinės; 5 – platforma, judanti  $x$  ašies kryptimi; 6 – platforma, judanti  $y$  ašies kryptimi; 7, 8 – atraminės grandinės  
**Fig. 2.** Precise dual axis positioning system: 1, 2 – piezo stack actuators; 3, 4 – motion reduction chains; 5 –  $x$  – axis moving platform; 6 –  $y$  – axis moving platform; 7, 8 – support chains

Besideformuojančio vientiso kūno mechanizmo pagrindinis elementas yra besideformuojantis lankstas (Augustinavicius, Cereska 2012). Besideformuojantis lankstas – tai plonas elementas, esantis tarp dviejų standžių elementų, kuris dėl lenkimo deformacijos leidžia šiems standiems elementams pasisukti vienas kito atžvilgiu. Tai tarsi sukimosi guolis, kurio pasisukimo kampas yra ribotas.

Monolitinė struktūra gaminama elektroerozinio apdirbimo būdu iš Al 7075 T-6 aliuminio lydinio. Gamybos technologija leidžia pasiekti  $\pm 2,5 \mu\text{m}$  tikslumo toleranciją.

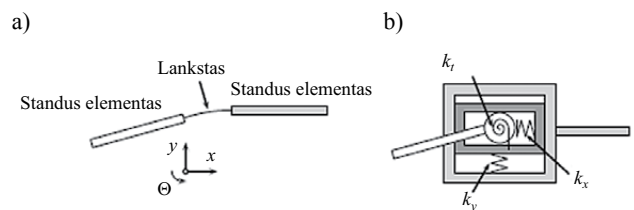
### Modeliavimas skaitiniu metodu

Įvairių tipų besideformuojančių vientiso kūno mechanizmai yra aprašyti matematiniais modeliais (Li, Xu 2009; Park, Yang 2005; Dong *et al.* 2008).

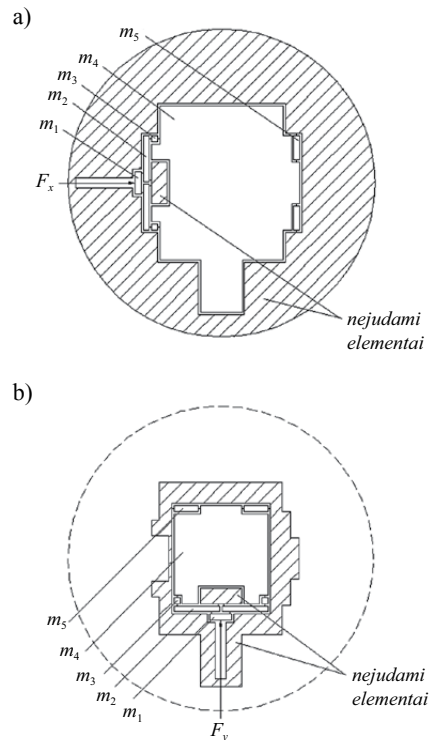
Šiuo atveju vientisas kūnas laikomas kaip mechanizmas, susidedantis iš standžių ir tamprių elementų. Žiedo, gembių ir platformų deformacijos yra ganėtinai mažos, todėl laikome, kad modelyje šie elementai nesideformuoja, tai reiškia, kad yra standūs.

Ideali besideformuojančio lanksto konstrukcija turi tik vieną laisvės laipsnį, t. y. leidžia pasisukti ribotu kampu lanksto centro atžvilgiu apie  $z$  ašį, taip pat riboja visus kitus laisvės laipsnius, tačiau reikia įvertinti realias deformacijas – poslinkį  $x$  ir  $y$  ašies atžvilgiu. Tokiu atveju besideformuojantį lankstą matematiniam modelyje laikysime kaip spyruoklę, turinčią tris laisvės laipsnius, kurios sukimosi standumas –  $k_\theta$  ir poslinkio standumai –  $k_x$  ir  $k_y$  (3 pav., a, b).

Visų besideformuojančių lankstų standumo koeficientai bus lygūs, kadangi yra lygūs lankstų geometriniai parametrai, taigi turėsime 24 vienodus tamprius elementus. Pozicionavimo sistemos dinaminis modelis veikiant jėgoms  $F_x$  ir  $F_y$ , pavaizduotas (4 pav., a, b). Kadangi poziciona-



**3 pav.** Besideformuojantis lankstas: schema (a), modelis (b)  
**Fig. 3.** Flexure ring: scheme (a); model (b)



**4 pav.** Dinaminis jėgos modelis veikiant  $x$  koordinatės kryptimi (a); dinaminis jėgos modelis veikiant  $y$  koordinatės kryptimi (b):  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  – standžių elementų masės,  $F_x, F_y$  – mechanizmą veikiančios jėgos

**Fig. 4.** Dynamic model under applied force in the direction of  $x$  axis (a) and  $y$  axis (b):  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  – masses of rigid bodies;  $F_x, F_y$  – acting forces

vimo sistema, pozicionuojant viena ašimi, yra simetrinė, modelyje pakanka skaičiuoti tik vieną jos pusę, atskirtą simetrijos ašies.

Sistemos dinaminio modelio schema ir geometriniai ryšiai veikiant jėgai  $F_x$  pavaizduoti 5 pav. Pozicionavimo platformos pasislinkimas –  $x_4$ .

Turėdami sistemos dinaminį modelį pereiname prie lygčių sudarymo. Taikome antrojo tipo Lagranžo lygtį:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = F_i \quad (i=1,2,3), \quad (1)$$

čia:  $T$ ,  $\Pi$  – sistemos kinetinė ir potencinė energijos;  $\Phi$  – disipacinė funkcija;  $q_i$  –  $i$ -oji apibendrintoji koordinatė;  $\dot{q}_i$  – apibendrintosios koordinatės išvestinė;  $F_i$  – apibendrintoji jėga, veikianti pagal  $i$ -ąją koordinatę.

Sistemos potencinės energijos išraiška:

$$\begin{aligned} \Pi = & k_x \left( x_1 - (x_2 + l_{21} \cdot \frac{z_1}{l_2}) \right)^2 + k_x x_2^2 + k_x (x_2 + z_1 - x_3)^2 + \\ & k_x (x_3 + z_2 - x_3 - x_4)^2 + k_y (x_4 - x_5 + z_3)^2 + k_y x_5^2 + \\ & k_y \left( -y_2 - l_{21} \cdot \frac{\sqrt{l_2^2 - z_1^2}}{l_2} + l_{21} \right)^2 + k_y y_2^2 + \\ & k_y \left( y_2 + \sqrt{l_2^2 - z_1^2} - l_2 - y_3 + \sqrt{l_3^2 - (l_3 + z_2 - x_3)^2} \right)^2 + \\ & k_y y_3^2 + k_x \left( y_4 - l_5 + y_5 + \sqrt{l_5^2 - z_3^2} \right)^2 + \\ & k_x y_5^2 + k_r \cdot \left( \sin^{-1} \cdot \frac{z_1}{l_2} \right)^2 + k_r \left( \sin^{-1} \cdot \frac{z_1}{l_2} \right)^2 + \\ & k_r \left( \sin^{-1} \cdot \frac{z_1}{l_2} - \cos^{-1} \cdot \frac{l_3 + z_2 + x_3}{l_3} \right)^2 + \\ & k_r \left( \cos^{-1} \cdot \frac{l_3 + z_2 - x_3}{l_3} \right)^2 + \\ & k_r \left( \sin^{-1} \cdot \frac{z_3}{l_5} \right)^2 + k_r \left( \sin^{-1} \cdot \frac{z_3}{l_5} \right)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

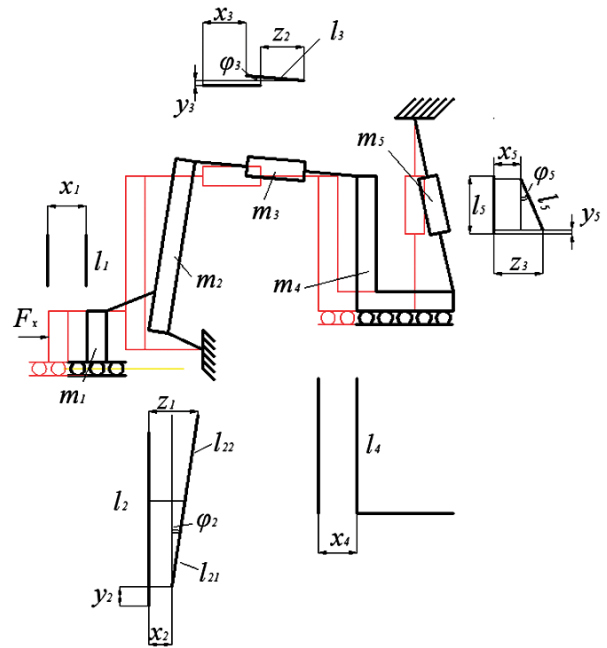
čia:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_2, y_3, y_4, y_5, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_5$  – apibendrintosios koordinatės;  $z_1, z_2, z_3$  – pagalbinės apibendrintosios koordinatės;  $l_1, l_2, l_{21}, l_{22}, l_3, l_4, l_5$  – standžiųjų elementų ilgiai;  $k_x, k_y$  – poslinkio pagal koordinates  $x$  ir  $y$  standumo koeficientai;  $k_r$  – sukimosi standumo pagal koordinatę  $z$  koeficientai.

Pagalbinės apibendrintosios koordinatės:

$$z_1 = x_2 + \sin \varphi_3 l_3, \quad (3)$$

$$z_2 = y_3 + \sin \varphi_3 l_3, \quad (4)$$

$$z_3 = x_5 + \sin \varphi_5 l_5. \quad (5)$$



5 pav. Dinaminio modelio schema

Fig. 5. Scheme for a dynamic model

Apskritiminių besideformuojančio lanksto standumo koeficientų lygtys buvo išvestos suintegravus sijos tiesines diferencialines lygtis (Paros, Weisbord 1965; Lobontiu *et al.* 2002; Yong *et al.* 2008; Li, Xu 2009) pagal Castigliano antrąją.

Sistemos kinetinės energijos išraiška:

$$\begin{aligned} T = & m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + m_2 \dot{y}_2^2 + I_2 \dot{\varphi}_2^2 + \\ & m_3 \dot{x}_3^2 + m_3 \dot{y}_3^2 + I_3 \dot{\varphi}_3^2 + m_4 \dot{x}_4^2 + \\ & m_4 \dot{y}_4^2 + m_5 \dot{x}_5^2 + m_5 \dot{y}_5^2 + I_5 \dot{\varphi}_5^2, \end{aligned} \quad (6)$$

čia:  $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4, \dot{x}_5, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \dot{y}_5, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_5$  – apibendrintųjų koordinatė išvestinės;  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  – standžiųjų elementų masės;  $I_2, I_3, I_5$  – standžiųjų elementų masių inercijos momentai.

Bendrojo pavidalo diferencialinė lygtis:

$$[M] \cdot \{\ddot{q}_i\} + [K] \cdot \{q_i\} = \{F_i\}, \quad (7)$$

čia:  $[M]$  – masių matrica,  $[K]$  – standumo matrica,  $q_i$  – apibendrintosios koordinatės,  $F_i$  – apibendrintoji jėga.

Sistemos savasis dažnis:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}. \quad (8)$$

## Modeliavimas baigtinių elementų metodu

Dviejų ašių aukšto tikslumo pozicionavimo sistema buvo modeliuojama baigtinių elementų metodu naudojant *Solidworks Simulation* programinį paketą. Simuliacija buvo

atliekama abiejų ašių kryptimis atskirai. Geometriniai parametrai pateikti 1 lentelėje, o medžiagos savybės – 2 lentelėje. Modelyje nebuvo įvertinta sunkio jėgos ir deformacijos tarp paketinio pjezovykdiklio viršūnės bei besideformuojančio vientiso kūno paviršiaus kontakto zonoje. Kontaktai tarp jungiančių plokštelių sujungti nejudamai.

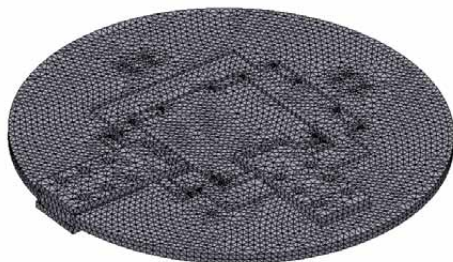
**1 lentelė.** Geometriniai parametrai (mm)  
**Table 1.** Geometrical parameters (mm)

| $h$ | $t$ | $R$  | $l_1$ | $l_2$ | $l_{21}$ | $l_{22}$ | $l_3$ | $l_4$ | $l_5$ |
|-----|-----|------|-------|-------|----------|----------|-------|-------|-------|
| 5   | 0,5 | 0,75 | 27    | 27    | 4,5      | 22,5     | 4     | 49    | 15,75 |

**2 lentelė.** Medžiagos savybės  
**Table 2.** Parameters of the material

| Jungo modulis (GN/m <sup>2</sup> ) | Leistinių įtempimų riba (MN/m <sup>2</sup> ) | Puasono skaičius | Tankis (kg/m <sup>3</sup> ) |
|------------------------------------|--|------------------|-----------------------------|
| 71,7                               | 505  | 0,33             | 2,81 · 10 <sup>3</sup>      |

Buvo pasirinktas standartinis tinklelis su keturių mažų baigtinių elementu, kurio dydis 4,23234 mm, tolerancija 0,212 mm (6 pav.).



**6 pav.** Besideformuojantis vientiso kūno mechanizmas suskirstytas baigtiniais elementais

**Fig. 6.** Compliant mechanism divided into finite elements

Kraštinių sąlygos.

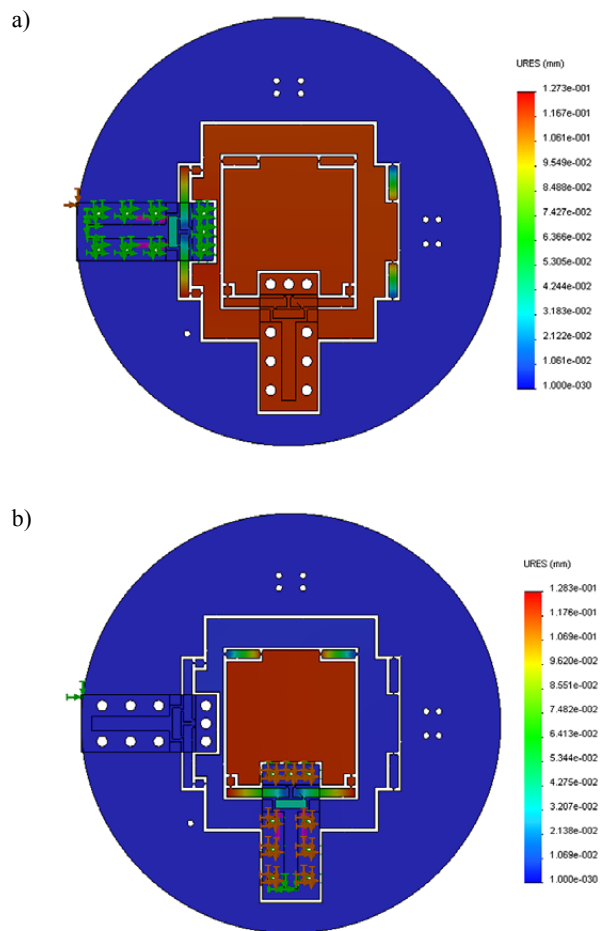
Pirmasis etapas: pozicionavimo sistema buvo veikiamą didžiausia leistina jėga  $F_x = 950$  N (ašinė apkrovos riba) 1  $\mu$ m žingsniu nuo nulio iki maksimalaus pjezovykdiklio pailgėjimo 38  $\mu$ m pagal  $x$  koordinatę.

Antrasis etapas: pozicionavimo sistema buvo veikiamą didžiausia leistina jėga  $F_x = 950$  N (ašinė apkrovos riba) 1  $\mu$ m žingsniu nuo nulio iki maksimalaus pjezovykdiklio pailgėjimo 38  $\mu$ m pagal  $y$  koordinatę.

Trečiasis etapas. Buvo atlikta modalinė virpesių analizė.

### Modeliavimo rezultatai

Atlikus modeliavimą baigtinių elementų metodu nustatyta, kad maksimalus pozicionavimo sistemos diapazonas yra 122,1  $\mu$ m pagal  $x$  koordinatę (7 pav., a) ir 122,2  $\mu$ m pagal  $y$  koordinatę (7 pav., b). Tačiau skaičiuojant skaitiniu modeliu buvo gauta, kad maksimalus pozicionavimo diapazonas bus



**7 pav.** Pozicionavimo platformos poslinkio pasiskirstymas, veikiant sistemą maksimaliu paketinio pjezovykdiklio poslinkiu  $x$  koordinatės kryptimi (a);  $y$  koordinatės kryptimi (b)

**Fig. 7.** The displacement of  $x$  – axis platform under the applied maximum stroke of piezo stack (a); the displacement of  $y$  – axis platform under the applied maximum stroke of piezo stack (b)

kvadratas, kurio kraštinės ilgis 123,6  $\mu$ m. Taigi skirtumas tarp skaitiniu metodu ir baigtinių elementų metodu gautų rezultatų pagal koordinatę  $x$  sudaro 1,21 %, o pagal koordinatę  $y$  – tik 1,29 %.

Skaitiniu metodu gauta, kad sistemos perdavimo skaičius  $A = 3,25$ , tačiau baigtinių elementų metodu perdavimo skaičius  $A = 3,213$  pagal  $x$  koordinatę ir  $A = 3,216$  pagal  $y$  koordinatę. Veikiant įvesties poslinkiui nuo nulio iki maksimalaus pjezovykdiklio pailgėjimo tiesinė priklausomybė ir perdavimo skaičius išlieka pastovus skaičiuojant abiem metodais.

Taikant baigtinių elementų metodą, veikiant 950 N jėgai maksimaliu paketinio pjezovykdiklio poslinkiu 38  $\mu$ m  $x$  koordinatės kryptimi, buvo gauta, kad didžiausi įtempimai yra 499,829 MN/m<sup>2</sup>, ir tai sudaro 98,9 % aliuminio lydinio 7075 T-6 leistinių įtempimų, o veikiant  $y$  ašies kryptimi, gauta, kad didžiausi įtempimai yra 501,124 MN/m<sup>2</sup>, ir tai

sudaro 99,23 % aliuminio lydinio 7075 T-6 leistinių įtempimų. Tačiau taikant skaitinį metodą gauta, kad didžiausi įtempimai yra 502,438 MN/m<sup>2</sup>, o tai sudaro 99,49 % aliuminio lydinio 7075 T-6 leistinių įtempimų. Iš gautų rezultatų galime pastebėti, kad pozicionavimo sistema veikia ties plastinių deformacijų riba, tačiau jos neviršija.

Atlikus modalinę virpesių analizę baigtinių elementų metodu gauta, kad pirmoji virpesių moda yra 223,75 Hz pagal  $x$  koordinatę ir 250,81 Hz pagal  $y$  koordinatę. Taikant skaitinį metodą pirmoji moda – 260,52 Hz.

## Išvados

1. Sukurtos pozicionavimo sistemos veikimo diapazonas yra 122,1×122,2 μm modeliuojant BEM ir 123,6×123,6 μm modeliuojant skaitiniu metodu.
2. Pozicionavimo sistemos perdavimo skaičius modeliuojant skaitiniu metodu  $A = 3,25$  ir  $A = 3,213$  pagal  $x$  koordinatę bei  $A = 3,216$  pagal  $y$  koordinatę modeliuojant baigtinių elementų metodu.
3. Kintant įvesties poslinkiui nuo nulio iki maksimalios reikšmės perdavimo skaičiaus priklausomybė yra tiesinė ir išlieka pastovi per visą kitimo intervalą taikant abu metodus.
4. Skirtumai tarp skaitinio metodo ir BEM modeliavimo rezultatų yra mažesni kaip 5 %, o tai reiškia, kad pasiūlyta modeliavimo metodika gali būti taikoma kuriant aukšto tikslumo pozicionavimo sistemas su besideformuojančiais mechanizmais.

## Literatūra

- Augustinavicius, G.; Cereska, A. 2011. Numerical Modeling of a Precise Dual Axis Positioning System, *Mokslas – Lietuvos ateitis* 3(6): 79–81.
- Augustinavicius, G.; Cereska, A. 2012. Keturių laisvės laipsnių precizinio pozicionavimo sistemos modeliavimas baigtinių elementų metodu, *Mechanika* 18(4): 442–446.
- Dong, J.; Yao, Q.; Ferreira, P. M. 2008. A novel parallel-kinematics mechanism for integrated, multi-axis nanopositioning. Part 2: Dynamics, control and performance analysis, *Precision Engineering* 32: 20–33.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2007.03.002>
- Yong, Y. K.; Lu, T. F.; Handley, D. C. 2008. Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulations, *Precision Engineering* 32: 63–70.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2007.05.002>
- Li, Y.; Xu, Q. 2009. Modeling and performance evaluation of a flexure-based XY parallel micromanipulator, *Mechanism and Machine Theory* 44: 2127–2152.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.06.002>

Lobontiu, N.; Paine, J. S. N.; Garcia, E.; Goldfarb, M. 2002. Design of symmetric conic-section flexure hinges based on closed-form compliance equations, *Mechanism and Machine Theory* 37: 477–498.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X\(02\)00002-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X(02)00002-2)

Park, S. R.; Yang, S. H. 2005. A mathematical approach for analyzing ultra precision positioning system with compliant mechanism, *Journal of Materials Processing Technology* 164–165: 1584–1589.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.02.018>

Paros, J. M.; Weisbord, L. 1965. How to design flexure hinge, *Machine Design* 37: 151–157.

## MODELLING A COMPLIANT-BASED PRECISE POSITIONING STAGE

G. Augustinavičius, A. Čereška

### Abstract

The paper presents modelling precise dual axis flexure-based precision positioning systems for micro-positioning applications. The positioning system is featured with monolithic architecture, flexure-based joints and piezo stacks. Its workspace has been evaluated via analytical approaches. Amplification mechanism is optimally designed. The mathematical model of the positioning system has been derived and verified by resorting to finite element analysis (FEA). The established analytical and (FEA) models are helpful for optimizing reliable architecture and improving the performance of the positioning system.

**Keywords:** compliant mechanism, flexure hinge, precise positioning.