

Elektros inžinerija T 190

DVIMASĖS ELEKTROMECHANINĖS SISTEMOS MODELIS

Sigitas Juraitis

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: sigitas.juraitis@amalva.lt

Santrauka. Išnagrinėta dvimasės elektromechaninės sistemos dinamika. Remiantis matematinio asinchroninio variklio modeliu stacionarioje koordinačių sistemoje, naudojant *Matlab Simulink* programų paketą sudarytas asinchroninio variklio modelis. Sudarytas antrosios masės dinaminis modelis, parinkti jo parametrai. Sudarytas dvimasės sistemos su baigtiniu jungties standumu ir laisvumu dinaminis modelis. Gautos sistemos išėjimo sukimosi greičio ir sukimosi momento pereinamųjų vyksmų kreivės. Išnagrinėta standumo ir laisvumo įtaka dvimasės elektromechaninės sistemos pereinamiesiems vyksmams.

Reikšminiai žodžiai: dvimasė elektromechaninė sistema, variklio modelis, pereinamieji vyksmai.

Įvadas

Elektromechaninę sistemą, kaip tyrimų objektą, sudaro elektrinė ir mechaninė dalys. Elektrinei daliai priklauso elektromechaniniai energijos keitiklis ir valdymo sistema, o mechaninei – visos tarpusavyje susijusios judančios masės. Elektromechaninėje sistemoje būna įvairių mechaninių grandžių, kurios vienais atvejais gali būti laikomos absoliučiai standžiomis, kitais – gali deformuotis ir turėti laisvumą. Paprasčiausios absoliučiai standžios, be laisvumų sistemos yra vienmasės ir teoriškai pakankamai gerai išnagrinėtos (Schönfeld, Hofmann 2005). Sistemos, kuriose yra galinčių deformuotis grandžių ir laisvumų, yra žymiai sudėtingesnės. Jos aprašomos aukštesnių eilių netiesinėmis diferencialinėmis lygtimis, kurių analizinių sprendinių be esminių problemos suprasinimų gauti negalima. Tokiais atvejais sudaromi nagrinėjamos sistemos modeliai ir, naudojant programų paketus, imituojami sistemos vyksmai. Atskiri dvimasės elektromechaninės sistemos klausimai nagrinėti (Feiler *et al.* 2003; Kara, Eker 2003; Smilgevičius, Rinkevičienė 2005). Literatūroje yra nagrinėtos sistemos, kurių įėjime veikia eksponentės formos momentas, artimas variklio sukuriamam momentui (Smilgevičius *et al.* 2006). Toks nagrinėjimas teisingas, kai pakanka išsiaiškinti veikimo pobūdį. Tačiau šie tyrimai yra supaprastinti, nes nėra antrosios masės grįžtamojo ryšio momento įtakos varikliui.

Šiame darbe yra siekiama atlikti išsamesnius tyrimus, sudarant apibendrintą sistemą su tamprumu ir laisvumu modelį. Tam atskirtai sudaromas asinchroninio variklio modelis ir antrosios masės dinaminis modelis. Parenkamos tamprumo ir laisvumo parametrų vertės. Dvimasės sistemos greičio ir momento pereinamieji

vyksmai palyginami su neapkrauto variklio pereinamaisiais vyksmais.

Variklio modelio sudarymas

Bendruoju atveju kiekviena trifazė mašina gali būti pakeista ekvivalente dvifaze. Tačiau, naudojant šią koordinačių sistemą, laike kintančių parametrų priklausomybė nuo variklio posūkio kampo išlieka. Taikant šią koordinačių transformaciją, variklį aprašančių lygčių sistema turi kintamus parametrus, priklausančius nuo variklio posūkio kampo, todėl ją spręsti yra sudėtinga. Uždavinys pasidaro daug paprastesnis, kai asinchroninio variklio lygtys užrašomos transformuotoje koordinačių sistemoje. Transformuotų koordinačių sistemos yra taikomos sudarant valdomųjų elektros pavarų modelius. Koordinačių transformavimo tikslas – tam tikru laipsniu suprastinti sistemos matematinį modelį. Tuomet taikant panaikinama apvijų induktyvumų ir abipusių induktyvumų priklausomybė nuo variklio rotorius posūkio kampo, atsiranda galimybė operuoti ne sinuso dėsnio kintančiais kintamaisiais, bet jų amplitudėmis. Koordinačių transformacija gerokai palengvina dinaminių procesų nagrinėjimą (Rinkevičienė, Petrovas 2008).

Pagal tradiciją sukųjų bei tiesiaeigių asinchroninių variklių modeliai sudaromi trijose koordinačių sistemose. α, β yra koordinačių sistema, standžiai susieta su statoriumi; d, q – sistema, standžiai susieta su rotoriumi; u, v – koordinačių sistema, besisukanti greičiu ω_k . Jei ω_k yra lygus sukamojo elektromagnetinio lauko greičiui ω_{0el} , tai tokios koordinačių sistemos ašys vadinamos x, y .

Variklio modeliui sudaryti nejudančiojoje koordinacinių sistemoje α, β , imamos dvifazės asinchroninės mašinos lygtys:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = i_{1\alpha} R_1 + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}; \\ u_{1\beta} = i_{1\beta} R_1 + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}; \\ u'_{2\alpha} = i'_{2\alpha} R'_2 + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \omega \cdot \Psi_{2\beta}; \\ u'_{2\beta} = i'_{2\beta} R'_2 + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \omega \cdot \Psi_{2\alpha} \end{cases} \quad (1)$$

čia: $\Psi_{1\alpha}, \Psi_{1\beta}, \Psi_{2\alpha}, \Psi_{2\beta}, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, i'_{2\alpha}, i'_{2\beta}$ – statoriaus ir rotoriaus surištųjų srautų projekcijos ir srovių projekcijos į α, β ašis; R_1 ir R'_2 – statoriaus ir redukuotoji rotoriaus aktyviosios varžos; ω – variklio greitis; $u_{1\alpha}, u_{1\beta}, u'_{2\alpha}, u'_{2\beta}$ – statoriaus ir rotoriaus įtampos. Nejudančioje koordinacinių sistemoje $u_{1\alpha} = U_{1\max} \cos \omega_0 t$ ir $u_{1\beta} = U_{1\max} \sin \omega_0 t$, o $\omega_0 = 2\pi f$ – kampinis įtampos dažnis.

Modeliui sudaryti sroves reikia išreikšti srautais. Kadangi

$$i'_{2\alpha} = \frac{1}{L_2''} (\Psi_{2\alpha} - k_1 \Psi_{1\alpha}) \quad (2)$$

ir

$$i'_{2\beta} = \frac{1}{L_2''} (\Psi_{2\beta} - k_1 \Psi_{1\beta}), \quad (3)$$

tai į lygtis

$$\Psi_{1\alpha} = i_{1\alpha} L_1 + i'_{2\alpha} L_m \quad (4)$$

ir

$$\Psi_{1\beta} = i_{1\beta} L_1 + i'_{2\beta} L_m, \quad (5)$$

įrašę (2) ir (3) lygtis, išreiškiame sroves $i_{1\alpha}$ ir $i_{1\beta}$:

$$i_{1\alpha} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{L_m k_1}{L_1 L_2''} \right) \Psi_{1\alpha} - \frac{L_m}{L_1 L_2''} \Psi_{2\alpha}, \quad (6)$$

$$i_{1\beta} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{L_m k_1}{L_1 L_2''} \right) \Psi_{1\beta} - \frac{L_m}{L_1 L_2''} \Psi_{2\beta}, \quad (7)$$

čia: $k_1 = L_m / L_1$, $L_2'' = L_{1\sigma} + L'_{2\sigma} = L'_2 - L_m^2 / L_1$. Lygtyse vartojami žymėjimai $L_1 = L_{1\sigma} + L_m$ ir $L'_2 = L'_{2\sigma} + L_m$ – pilnutiniai ekvivalentiniai statoriaus bei rotoriaus fazių induktyvumai, susidedantys iš sklaidos induktyvumų $L_{1\sigma}$ bei $L_{2\sigma}$ ir įmagnetinimo induktyvumo $L_m = 3/2 L_{12}$, čia L_{12} – didžiausias induktyvumas tarp bet kurios statoriaus ir bet kurios rotoriaus apvijos, kai jų ašys sutampa (Rinkevičienė, Lissauskas 2003).

Taikant (1)–(3), (6) ir (7) sudarytas variklio matematinis modelis nejudančioje koordinacinių sistemoje α, β :

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = \left[\left(\frac{1}{L_1} + \frac{L_m k_1}{L_1 L_2''} \right) \Psi_{1\alpha} - \frac{L_m}{L_1 L_2''} \Psi_{2\alpha} \right] R_1 + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}; \\ u_{1\beta} = \left[\left(\frac{1}{L_1} + \frac{L_m k_1}{L_1 L_2''} \right) \Psi_{1\beta} - \frac{L_m}{L_1 L_2''} \Psi_{2\beta} \right] R_1 + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}; \\ u'_{2\alpha} = \left[\frac{1}{L_2''} (\Psi_{2\alpha} - k_1 \Psi_{1\alpha}) \right] R'_2 + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \omega \cdot \Psi_{2\beta}; \\ u'_{2\beta} = \left[\frac{1}{L_2''} (\Psi_{2\beta} - k_1 \Psi_{1\beta}) \right] R'_2 + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \omega \cdot \Psi_{2\alpha}. \end{cases} \quad (8)$$

Sukiojo asinchroninio variklio momentas randamas iš lygčių:

$$M = \frac{3}{2} p (\Psi_{1\alpha} i_{1\beta} - \Psi_{1\beta} i_{1\alpha}) \quad (9)$$

arba

$$M = \frac{3}{2} p (\Psi_{2\beta} i'_{2\alpha} - \Psi_{2\alpha} i'_{2\beta}). \quad (10)$$

Šios lygtys papildomos pavaros judesio lygtimi:

$$M - M_s = J \frac{d\omega}{dt}. \quad (11)$$

Pagal (8), (10) ir (11) lygtis sudarytas pavaros modelis (Rinkevičienė 2003). Naudojant *Simulink* programų paketą (1 pav.) sudaromas variklio modelis.

Lentelė. Variklio pagrindiniai parametrai

Table. Main motor parameters

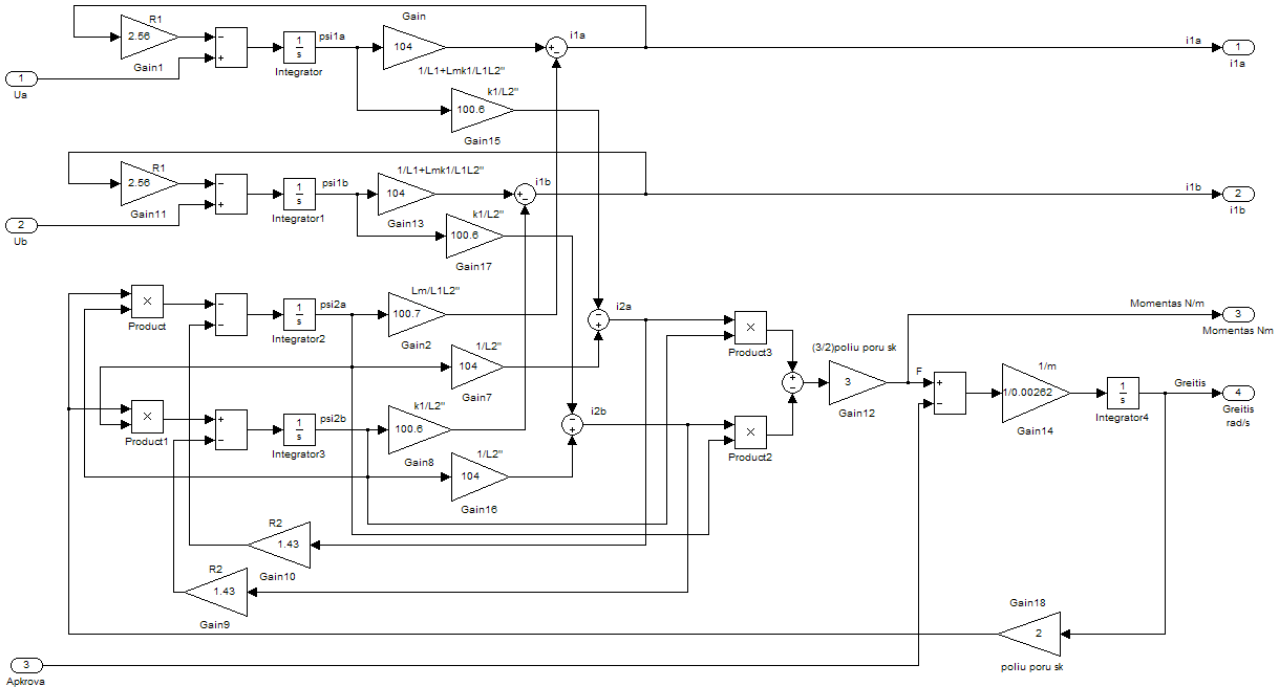
Parametras	Vertė
Variklio galia, kW	1,1
Polių porų skaičius	2
Įtampa, V	230
Naudingumo koeficientas	0,81
Momentas, N·m	7
Srovė, A	3,56
Inercijos momentas, kg·m ²	0,00262

Dvimasės sistemos su laisvumu modelio sudarymas ir pereinamųjų vyksmų imitacija

Dvimasę mechaninę sistemą apibūdina pagrindinės lygtys:

$$\begin{cases} M - M_{st1} - M_{12} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ -M_{st2} + M_{12} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \end{cases} \quad (12)$$

čia: M – variklio momentas; M_{12} – tampriosios sąveikos momentas; M_{st1} – variklio statinis apkrovos momentas; M_{st2} – antrosios masės trinties momentas; J_1 – variklio rotoriaus inercijos momentas; J_2 – antrosios masės inercijos momentas; ω_1 – rotoriaus kampinis greitis; ω_2 – antrosios masės kampinis greitis.



1 pav. Asinchroninės pavaros modelis

Fig. 1. Model of the induction drive

Tampriosios saveikos momentas:

$$M_{12} = c_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (13)$$

Diferencijuojant (13) išraišką, gaunama:

$$\frac{dM_{12}}{dt} = c_{12} \cdot \left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right) = c_{12} \cdot (\omega_1 - \omega_2). \quad (14)$$

Operacinė lygčių sistemos forma atrodo taip:

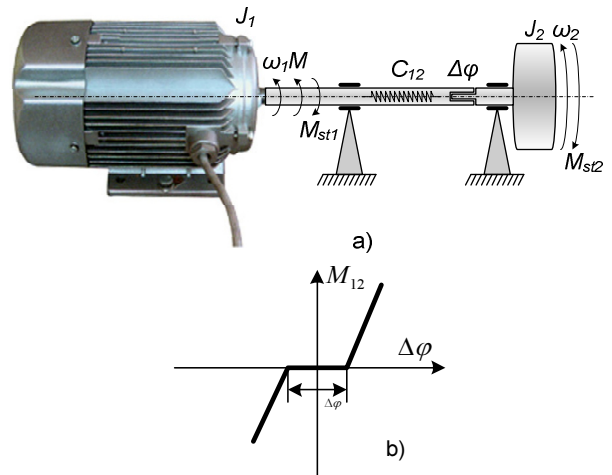
$$\begin{cases} M - M_{sr1} - M_{12} = J_1 s \omega_1; \\ -M_{sr2} + M_{12} = J_2 s \omega_2; \\ s M_{12} = c_{12} (\omega_1 - \omega_2). \end{cases} \quad (15)$$

Dvimasės mechaninės dalies su kinematinium laisvumu schema parodyta 2 pav. a dalyje. Dėl oro tarpo priklausomybė $M_{12} = f(\Delta\varphi)$ yra netiesinė (2 pav., b).

Dvimasės sistemos su laisvumu judesio lygtys yra netiesinės:

$$\begin{cases} M - M_{12} - M_{sr1} = J_1 s \omega_1; \\ M_{12} - M_{sr2} = J_2 s \omega_2; \\ M_{12} = C_{12} \left(\varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\Delta\varphi}{2} \right), \quad \text{kai } |\varphi_1 - \varphi_2| > \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ M_{12} = 0 \quad \text{kai } |\varphi_1 - \varphi_2| \leq \frac{\Delta\varphi}{2}. \end{cases} \quad (16)$$

Iš lygčių sistemos matyti, kad kol yra laisvumas, abi sistemos masės juda nepriklausomai viena nuo kitos.

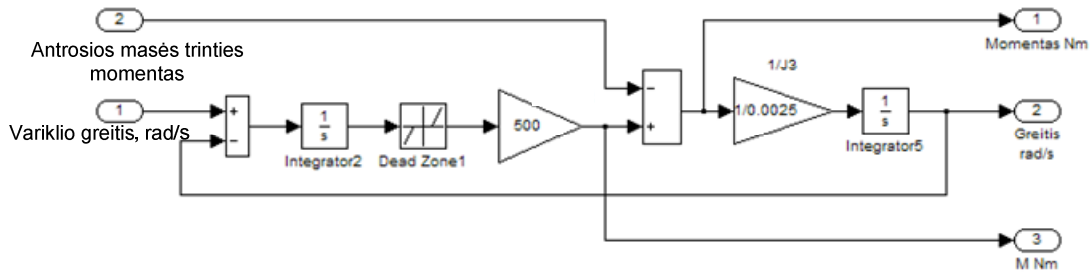


2 pav. Dvimasės mechaninės dalies su laisvumu schema (a) ir priklausomybė $M_{12} = f(\Delta\varphi)$ (b)

Fig. 2. View of two-mass system with clearance (a) and dependence $M_{12} = f(\Delta\varphi)$ (b)

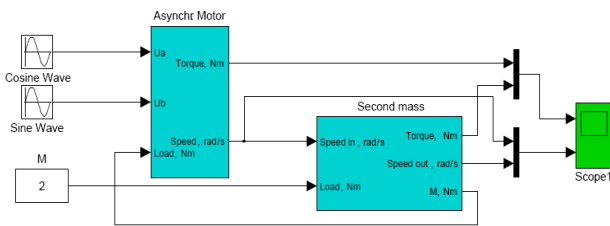
Remiantis pateiktomis matematinėmis lygtimis sudaromas antrosios masės dinaminis modelis, kuris masės pavaizduotas 3 pav.

Antrosios masės forma pasirenkama laisvai. Nagrinėjamu atveju tai cilindro formos kūnas, prie veleno pritvirtintas išilgai masės centro (2 pav., a).



3 pav. Antrosios masės dinaminis modelis

Fig. 3. Dynamic model of the second mass



4 pav. Bendras dvimasės elektromechaninės sistemos modelis

Fig. 4. General model of two-mass electromechanical system

Jo inercijos momentas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$J = \frac{m \cdot r^2}{2}, \quad (17)$$

čia: m – cilindro masė, kg; r – cilindro spindulys, m.

Nagrinėjamu atveju inercijos momentas lygus $J = 0,0025 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Pasirenkamas veleno standumas, kuris apibūdinamas koeficientu C_{12} , priklausančiu nuo veleno medžiagos. Nagrinėjamu atveju priimta $C_{12} = 500 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$.

Bendras nagrinėjamos sistemos modelis pateiktas 4 pav.

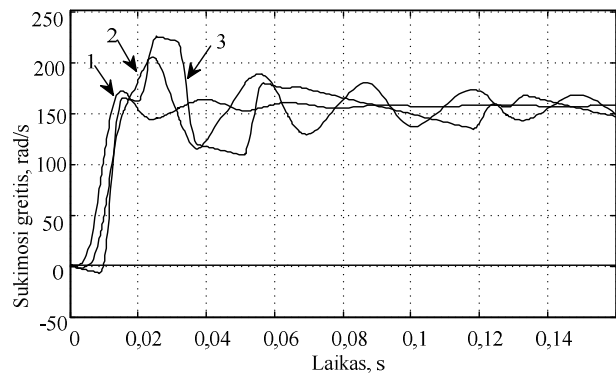
Sistemos perinamieji vyksmai nagrinėjami naudojant *Simulink* programų paketą.

5 pav. palyginti dvimasės sistemos greičio perinamieji vyksmai su neapkrauto variklio greičio perinamuoju vyksmu. Imitacijos rezultatas parodo papildomų grandžių inercijos momentų, tamprumų ir laisvumų įtaką sistemos dinamikai. Iš kreivių matyti, kad abiem atvejais (kai atsižvelgiama į veleno tamprumą ir veleno su tamprumą ir laisvumą) greitis atsilieka nuo neapkrauto variklio greičio.

Dėl tamprumo, laisvumo ir inercijos momento įtakos greitis pasiekia žymiai didesnę vertę nei neapkrauto variklio greitis. Projektuojant sistemas, būtina parinkti sistemos elementus taip, kad variklio greičio didelės amplitudės virpesiai būtų nuslopinti. Kai sistemoje, turinčioje tamprumą ir laisvumą (5 pav., 3), matomi staigūs greičio

pokyčiai. Tai atsitinka dėl besikartojančiosios laisvumo įtakos. Laisvumas modeliuojamas kaip netiesinis elementas su neįtakos zona. Kurį laiką tarpą antroji masė neveikiama pirmosios ir juda dėl inercijos momento; tačiau, pasibaigus laisvumui, greičių skirtumas gali būti didelis, lemiantis staigų greičio kitimą. Laisvumas ir tamprumas smarkiai įtakoja į pereinamojo vyksmo trukmę.

6 pav. palyginti momentų pereinamieji vyksmai. Iš kreivių aiškiai matomi momentų šuoliai pereinamajame vyksme sistemoje su tamprumu ir laisvumu. Jie staigūs ir ženkliai didesni už neapkrauto variklio maksimalų sukuriamą momentą, kas daro neigiamą įtaką visai sistemai. Momentas sistemoje tik su tamprumu yra švytuojamojo pobūdžio; jis neturi tokios neigiamos įtakos, kaip laisvumo daroma įtaka, tačiau nepageidautinas, nes pailgėja pereinamojo vyksmo trukmę. Sistemoje su baigtiniu standumu ir laisvumu maksimalus momentas yra mažesnis nei neapkrauto variklio.

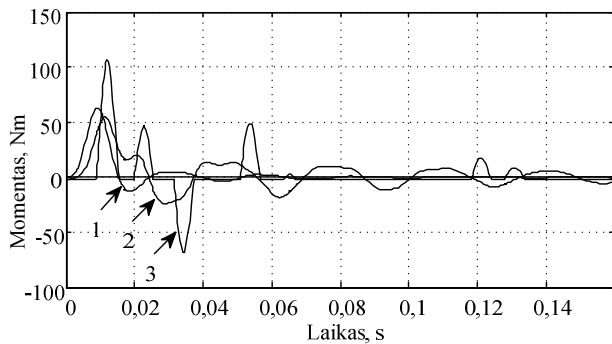


5 pav. Dvimasės sistemos greičio perinamieji vyksmai:

- 1 – variklio kampinis greitis (vienmasė sistema);
- 2 – sistemos su baigtiniu veleno standumu kampinis greitis;
- 3 – sistemos su baigtiniu veleno standumu ir laisvumu kampinis greitis.

Fig. 5. Transients of two-mass system:

- 1 – angular speed of the motor in single-mass system;
- 2 – angular speed of the system with finite stiffness;
- 3 – angular speed of the system with finite stiffness and clearance



6 pav. Dvimasės sistemos momentų pereinamųjų procesų palyginimas:

- 1 – variklio momentas (vienmasė sistema);
- 2 – sistemos su baigtiniu veleno standumu išėjimo veleno momentas;
- 3 – sistemos su baigtiniu veleno standumu ir laisvumu momentas

Fig. 6. Comparison of two-mass system torque transients:
 1 – torque of motor (single-mass system);
 2 – torque of the system with finite stiffness of the shaft;
 3 – torque of the system with finite shaft stiffness and clearance.

Išvados

1. Baigtinis standumas sukelia dvimasės sistemos sukimosi greičio virpesius, kurių amplitudė ir pereinamojo vyksmo trukmė priklauso nuo jo dydžio.

2. Elektromechaninės sistemos išėjimo veleno greičio dinaminis vyksmas prasideda, kai variklio elektromagnetinis momentas pasidaro didesnis už sistemos veleno tamprųjį momentą, sudarantį veleno dinaminę apkrovą.

3. Tamprumas mechaninių grandžių jungtyje sumažina sistemos išėjimo momento maksimalią vertę; tai gali būti naudojama švelninant įrenginio paleidimą.

4. Dėl laisvumo išėjimo veleno greitis atsilieka nuo variklio veleno greičio. Išėjimo veleno sukimosi greičio delsa yra tuo didesnė, kuo didesnis laisvumas.

5. Laisvumas dvimasėje elektromechaninėje sistemoje sukelia dinامينius momentus. Dinaminiai momentai didėja, didėjant laisvumo trukmei.

Padėka

Dėkoju prof. habil. dr. Romai Rinkevičienei už pagalbą rengiant straipsnį.

Literatūra

- Feiler, M.; Westermaier, C.; Schroder, D. 2003. Adaptive speed control of a two-mass system, in *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications*, 1(23–25): 1112–1117.
- Kara, T.; Eker, I. 2003. Experimental nonlinear identification of a two mass system, in *Proceedings of IEEE Conference on Control Applications*, 1(23–25): 66–71.
- Rinkevičienė, R. 2003. *Mechatronic systems with linear induction motors*. Summary of the research report presented for habilitation. Vilnius: Technika. 28 p.
- Rinkevičienė, R.; Lisauskas, S. 2003. Tiesiaiegių mechatroninių sistemų modeliai, *Elektronika ir elektrotechnika* 4(64): 69–73.
- Rinkevičienė, R.; Petrovas, A. 2008. *Mechatroninių sistemų modeliavimas*. Vilnius: Vilniaus pedagoginio universiteto leidykla. 165 p.
- Schönfeld, R.; Hofmann, W. 2005. *Elektrische Antriebe und Bewegungsteuerungen*. VDE Verlag GMBH. 454 p.
- Smilgevičius, A.; Rinkevičienė, R. 2005. Simulation of transients in the mechanical part of electromechanical system, in *Proceedings 10th International Conference „Mathematical Modelling and Analysis“ and 2nd International Conference Computational Methods in Applied Mathematics*, 155–162.
- Smilgevičius, A.; Rinkevičienė, R.; Savickienė, Z. 2006. Operation of electric motor with elastic load, *Electronics and Electrical Engineering* 6(70):15–18.

MODEL OF TWO-MASS ELECTROMECHANICAL SYSTEM

S. Juraitis

Abstract

The computer model of electromechanical system with elasticity and clearance is elaborated. Model of induction motor is developed in stationary reference frame. Results of simulation are presented and discussed. Conclusions about influence of finite stiffness and clearance on the system dynamics are made.

Keywords: two-mass electromechanical system, motor model, transients.